

O RISCO DE LONGEVIDADE NA PREVIDÊNCIA SOCIAL BRASILEIRA: UM ENSAIO SIMPLES SOBRE UMA TEMÁTICA FUNDAMENTAL

RESUMO: O presente artigo tem como objetivo calcular uma *proxy* para impacto do Risco de Longevidade na Previdência Social brasileira a partir da utilização das tábuas de mortalidade projetadas para o período de 2010-2060, para homens, mulheres e população de ambos os sexos combinados, elaboradas pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE 2013). A razão entre as anuidades atuariais diferidas antecipadas vitalícias (${}_n/\ddot{a}_x$) com base nessas taxas de mortalidade projetadas e aquelas calculadas a partir da utilização da tábua de período de 2010 fornece uma estimativa para o impacto desse Risco de Longevidade, no início da projeção. Utilizando uma taxa de juros de 6% ao ano foi calculado aos 20 anos um impacto da ordem de 23,79% no valor da anuidade para homens, 13,76% para mulheres e 18,29% para ambos os sexos combinados. Esse impacto diminui conforme a idade aumenta, sendo aos 60 anos de 9,81%, 6,73% e 8,62% para os três respectivos grupos, mostrando a importância de se incorporar a projeção da mortalidade no cálculo atuarial dos custos e Reservas Matemáticas, sob pena de subestimação das responsabilidades da instituição e possibilidade de comprometimento do equilíbrio do Plano de Benefício Definido dos Regimes Próprios de Previdência Social das Unidades da Federação.

SUMÁRIO

1) INTRODUÇÃO E OBJETIVO	2
2) CONSIDERAÇÕES INICIAIS SOBRE A MORTALIDADE: TRANSIÇÕES E PROJEÇÕES	4
3) METODOLOGIA	11
4) RESULTADOS	16
5) CONCLUSÃO E DISCUSSÃO	20
6) REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	22

1) INTRODUÇÃO E OBJETIVO

O futuro da sobrevivência humana tem atraído grande interesse principalmente nas últimas décadas. O aumento histórico da expectativa de vida de homens e mulheres, doravante e_x^1 , mostra poucos sinais de desaceleração, onde num cenário de baixa fecundidade como atualmente observado no Brasil, o aumento da sobrevivência das pessoas tem sido um contribuinte cada vez mais significativo para o envelhecimento da população. Neste contexto, a projeção da mortalidade e o envelhecimento populacional ganharam destaque internacional, sendo de fundamental importância no contexto das Projeções Populacionais, estudos esses que devem consubstanciar o Planejamento da Seguridade Social e da Saúde nos países.

Neste sentido, de forma bem resumida, o risco de longevidade é o risco de que, em média, as pessoas vivam mais do que o esperado.

Já faz algum tempo que essa temática se tornou uma preocupação central nos países desenvolvidos (*BOOTH et.al. 2006*) e seus distintos Sistemas de Seguridade Social, e atualmente inclusive em diversos países em desenvolvimento como é o caso do Brasil e sua iminente e necessária Reforma Previdenciária.

Esperanças de vida prolongadas indicam um possível risco de subestimação das anuidades atuariais calculadas a partir de tábuas de mortalidade de período (*tábuas estáticas*), impactando em consequente subestimação das Reservas Matemáticas de Benefícios Concedidos (RMBC) e a Conceder (RMBAC) nos cálculos atuariais realizados. Essas ditas Reservas são as poupanças financeiras necessárias para o pagamento dos benefícios previdenciários contratados (*aposentadorias e pensões*).

Segundo *Haberman & Renshaw (2008)*, a subestimação sistemática do declínio das taxas de mortalidade futuras pode acarretar em fortes consequências financeiras para instituições públicas e privadas de previdência no longo prazo, problemas esses que seriam contornados apenas com a utilização de tábuas de mortalidade projetadas.

Diversos estudos internacionais mostram que o Risco de Longevidade², quando

¹ Dessa forma, e_0 é a expectativa de vida ao nascer, e_1 é a expectativa de vida na idade de 1 ano, e assim sucessivamente.

² Vide *Antolin (2007)* que investigou o Risco de Longevidade em Planos de Benefício Definido nos países da OCDE e *Wilkie et al. (2003)* e *Ballotta & Haberman (2006)* que analisaram os impactos causados nas anuidades atuariais em função do Risco de Taxa de Juros e do Risco de Longevidade.

mal gerido, pode causar impactos substanciais na estimativa dos compromissos previdenciários dos Fundos de Pensão e Entidades de Previdência (YANG *et. al.*, 2010), e aqui podemos incluir os Regimes Próprios de Previdência Social (RPPS).

Seguindo os ditames do Decreto Presidencial nº 3.266, de 29/11/1999, o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística deve publicar no Diário Oficial da União (DOU) até o dia 01/12 de cada ano, a tábua completa de mortalidade para o total da população brasileira, considerando-se a média nacional única para ambos os sexos, sendo também disponibilizadas tábuas masculinas e femininas.

Com a publicação da Portaria MPS nº 403, de 10/12/2008, foram regulamentadas novas normas a serem utilizadas nas avaliações e reavaliações atuariais dos RPPS. Tratando especificamente das tábuas de mortalidade, o item I do artigo 6º determina que a tábua atual de mortalidade³ elaborada para ambos os sexos pelo IBGE deverá ser considerada como patamar mínimo de sobrevivência para os indivíduos.

Acontece que, apesar dessas tábuas de mortalidade divulgadas pelo IBGE contemplarem ano após ano o paulatino aumento da sobrevida dos brasileiros em virtude de uma série de fatores, as mesmas não contemplam o chamado Risco de Longevidade pois são tábuas estáticas ou de período, e, conseqüentemente, todos os cálculos atuariais realizados a partir das mesmas carregarão consigo um déficit intrínseco, mantidas todas as demais variáveis constantes (*base de dados, regras de elegibilidade, taxa de juros, taxa de crescimento salarial, etc*).

A possibilidade de considerar os possíveis e prováveis ganhos futuros da mortalidade só será contemplada se realizarmos uma projeção da mortalidade da população de interesse, e incorporarmos os resultados obtidos na construção das chamadas tábuas geracionais. Essas tábuas utilizam em sua concepção a mortalidade projetada ano a ano para estimar a sobrevivência das diferentes coortes presentes no período inicial da projeção, conseguindo assim refletir de forma mais realista o futuro da longevidade da população em tela.

O presente trabalho tem como objetivo calcular o impacto do Risco de Longevidade na Previdência Social brasileira a partir da utilização das tábuas de mortalidade projetadas pelo IBGE para o período de 2010-2060 (IBGE, 2013) para a construção das citadas Tábuas Geracionais. A razão entre as anuidades atuariais

³ Na prática a tábua de determinado exercício (2017, por exemplo) só estará disponibilizada no final do exercício posterior (2018, por exemplo), uma defasagem de quase dois anos.

diferidas antecipadas vitalícias (${}_n/\ddot{a}_x$) com base nessas tábuas projetadas e aquelas calculadas a partir da utilização da tábua de período de 2010 fornece uma *proxy* para a estimativa do impacto desse Risco de Longevidade, no início da projeção.

2) CONSIDERAÇÕES INICIAIS SOBRE A MORTALIDADE: TRANSIÇÕES E PROJEÇÕES

A Transição da Mortalidade, componente essa inserida no fenômeno maior da Transição Demográfica (TD)⁴, se iniciou no continente europeu por volta de 1750, período pré-Revolução Industrial. *Cutler et. al. (2006)* dividem em três fases as chamadas “*Transições de Mortalidade Históricas*” ocorridas nos países desenvolvidos (1750-1850 / 1850-1930 e a partir de 1930), identificando para cada fase os principais fatores de melhoria na condição de vida dos indivíduos.

Neste sentido, as nações desenvolvidas foram as pioneiras no declínio da mortalidade e atualmente todos os continentes já ingressaram no processo de Transição da Mortalidade, tendo experimentado consideráveis ganhos na expectativa de vida em todos os grupos etários, ainda que com algumas reversões, como o caso da África subsaariana, por conta da epidemia de AIDS, e nos países da antiga União Soviética (*VALLIN & MESLÉ, 2004*).

Nas “*Transições de Mortalidade Modernas*”, referentes aos países em desenvolvimento, a mortalidade só começou a cair praticamente 100 anos depois da Europa, no início do século XX, mas com intensidade muito pequena e com poucos ganhos na ex. Apenas a partir da segunda metade do século XX é que a mortalidade caiu em ritmo muito mais acelerado, nunca vivenciado até então, onde as descobertas tecnológicas e médicas foram em grande parte importadas dos países desenvolvidos e a difusão do conhecimento aconteceu também de forma mais rápida, a partir dos meios de comunicação em massa.

Basicamente o crescimento na esperança de vida (e_x), representado por um aumento no número médio de anos vividos pela população mundial, decorre de um processo de melhoria da saúde global como fruto de inúmeras e contínuas descobertas, da difusão e absorção de novas ideias, do desenvolvimento de tecnologias e implementação de práticas, dentre outros. Segundo *Silva (2008, pp.81-82)*:

⁴ Fenômeno que pode ser resumido como o lapso temporal de transição de altas para baixas taxas de natalidade e mortalidade. Para maiores detalhes ver, dentre muitos outros: Canning (2011), Kirk (1996), Lee (2003) e Teitelbaum (1975).

Em linhas gerais, a redução nas taxas de mortalidade é normalmente resultado de uma evolução nos padrões de vida da população decorrente de um conjunto de fatores, tais como: os avanços na medicina e melhoria da saúde pública como um todo, melhoria na geração e distribuição da riqueza para a população, melhor qualidade de saneamento básico e tratamento da água, maior controle e vacinação das doenças, tratamento do lixo, etc. Aliado a esses fatores, destaca-se também o aumento da consciência do indivíduo no que tange ao seu estilo de vida. Fatores como o exercício regular, uma dieta rica e balanceada com refeições regulares, peso dentro da normalidade, consumo moderado de álcool e descanso médio de 7 horas diárias são atitudes que prolongam a vida das pessoas.

Essa evolução no número de anos vividos pelos indivíduos ocorre em muitas das nações do mundo, em maior ou menor intensidade, dependendo do estágio evolutivo da Transição da Mortalidade em que se encontram. Esses países, incluindo o Brasil, experimentaram e vêm experimentando rápidas transformações que fazem emergir os diferenciais existentes em termos sócio econômicos regionais. O declínio dessas taxas de mortalidade apresenta diferenciais entre os diversos países e dentro de cada país, entre os diferentes grupos sociais existentes e depende de uma série de fatores, como, por exemplo, os já citados anteriormente.

No caso específico do Brasil, até meados da década de 1940 o país caracterizou-se pela prevalência de altas taxas de natalidade e de mortalidade. A partir desse período, com a incorporação dos avanços da medicina às políticas de saúde pública, particularmente os antibióticos recém descobertos na época e importados no pós Segunda Guerra, o Brasil experimentou a primeira fase de sua transição demográfica, caracterizada pelo início da queda das taxas de mortalidade. Naquela década a e_0^5 no Brasil para a população como um todo era inferior aos 50 anos de idade (IBGE, 2010). Segundo Prata (1992), a taxa geral de mortalidade decresceu 18‰, em 1940, para uma estimada entre 6‰ e 8‰ em 1985; a expectativa de vida cresceu 20 anos no mesmo período e a mortalidade infantil decresceu de 160‰ em 1940, para 85‰ em 1980. O aumento no ritmo de crescimento ocorrido entre 1940-1970 deveu-se exclusivamente ao declínio da mortalidade, com a e_0 passando de 44 anos, na década de 1940, para 54 na década de 1960 (CARVALHO, 2004). Já em 1980 a e_0 para ambos os sexos atingia o patamar de 62,5 anos, com um

⁵ Por definição, a expectativa de vida ao nascer (e_0) de uma população é a idade média à morte que seria observada em uma coorte hipotética de indivíduos, se a sua experiência de mortalidade ao longo da vida correspondesse exatamente às Taxas Específicas de Mortalidade (TEM) observadas para aquela população durante um dado ano ou período de tempo.

acrécimo de 11,2 anos para 2010 (*passando para 73,7 anos*) e atingindo 74,8 anos em 2013 (*IBGE, 2013*).

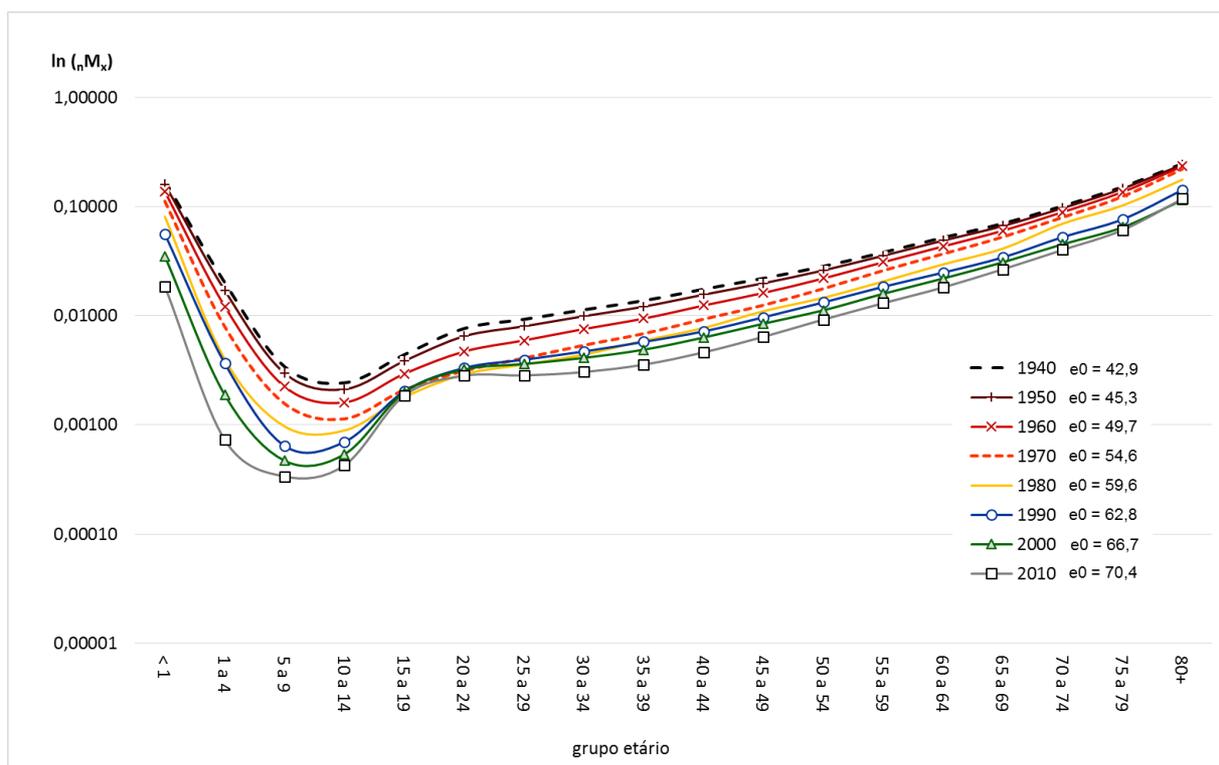
Concomitantemente à queda nos níveis de mortalidade, observou-se também no Brasil uma mudança nos padrões por causa de morte e grupos etários. Nesse processo conhecido na literatura como “*Transição Epidemiológica*”⁶ ocorre a diminuição da morbidade e mortalidade por doenças infecto contagiosas transmissíveis e o aumento relativo das doenças não transmissíveis, por causas externas e aquelas causadas pelo homem (*man made diseases*). Une-se a isso a diminuição relativa da mortalidade entre as crianças e aumento relativo da mortalidade entre os chamados adultos jovens (15-40 anos), principalmente homens, causadas especialmente por acidentes de trânsito, homicídios e suicídios (*IBGE, 2013*).

O gráfico 1 e o gráfico 2 a seguir ilustram, para homens e mulheres, respectivamente, a evolução das Taxas Específicas de Mortalidade calculadas pelo IBGE para o Brasil, doravante ${}_nM_x$, em sete pontos no tempo, no período de 1940-2010⁷. Ao longo desses 70 anos os brasileiros tiveram ganhos sem precedentes na sua e_0 , onde os homens e mulheres passaram a viver, em média, respectivamente, 27,5 (70,4 – 42,9) e 29,5 (77,8 – 48,3) anos a mais. Pela simples observação desses gráficos, conclui-se que não seria adequado atribuir uma mesma taxa de mortalidade às populações de diferentes coortes, tendo em vista que a expectativa de vida de grupos mais jovens tende sempre a ser maior que a de grupos mais antigos.

⁶ O conceito de "transição epidemiológica" refere-se às modificações ocorridas ao longo do tempo nos padrões de morbidade, mortalidade e invalidez que caracterizam determinada população ou sociedade, e que normalmente ocorre em conjunto com outras transformações demográficas, sociais e econômicas na chamada Transição da Mortalidade. Para maiores detalhes ver: Onram (1971), Olshansky & Ault (1986), Rogers & Hackenberg (1987), Frenk et. al. (1991), Onram (1998), Horiuchi (1999), Caselli et. al., (2002), Vallin & Meslé (2004) e Mckeown (2009).

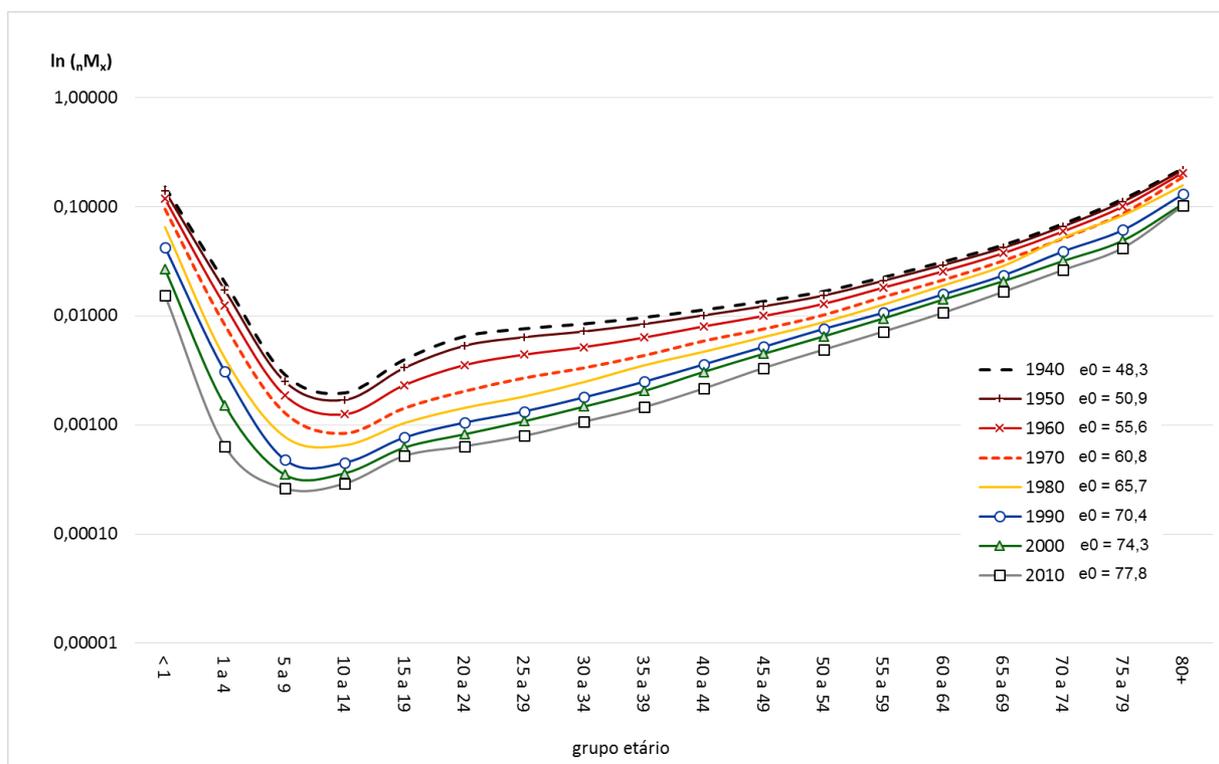
⁷ As Taxas Específicas de Mortalidade para o ano de 1990 foram geradas a partir de uma interpolação log-linear entre as taxas dos anos de 1980 e de 1991, de forma a uniformizar o intervalo decenal entre todas as tábuas.

Gráfico 1 – Taxas Específicas de Mortalidade (nMx) - Brasil - 1940-2010 - Homens



fonte: IBGE, Tábuas de Mortalidade 1940, 1950, 1960, 1970, 1980, 1991, 2000 e 2010

Gráfico 2 - Taxas Centrais de Mortalidade (nMx) - Brasil - 1940-2010 - Mulheres



fonte: IBGE, Tábuas de Mortalidade 1940, 1950, 1960, 1970, 1980, 1991, 2000 e 2010

Uma vida mais longa significa dizer que cada vez mais e mais indivíduos chegarão a idades avançadas, gerando uma preocupação do Estado com relação ao aumento dos gastos públicos com relação à Saúde, Previdência e Assistência Social, políticas essas que formam o tripé da Seguridade Social do Brasil (CF/1988 - Cap. II). Neste contexto demográfico novo, perguntas sobre o futuro da longevidade humana adquiriram um significado especial para a política pública e o planejamento fiscal. (WILMOTH, 1998). Conseqüentemente, tanto os legisladores quanto a população em geral começaram a considerar o papel da sociedade no apoio à população idosa em constante expansão.

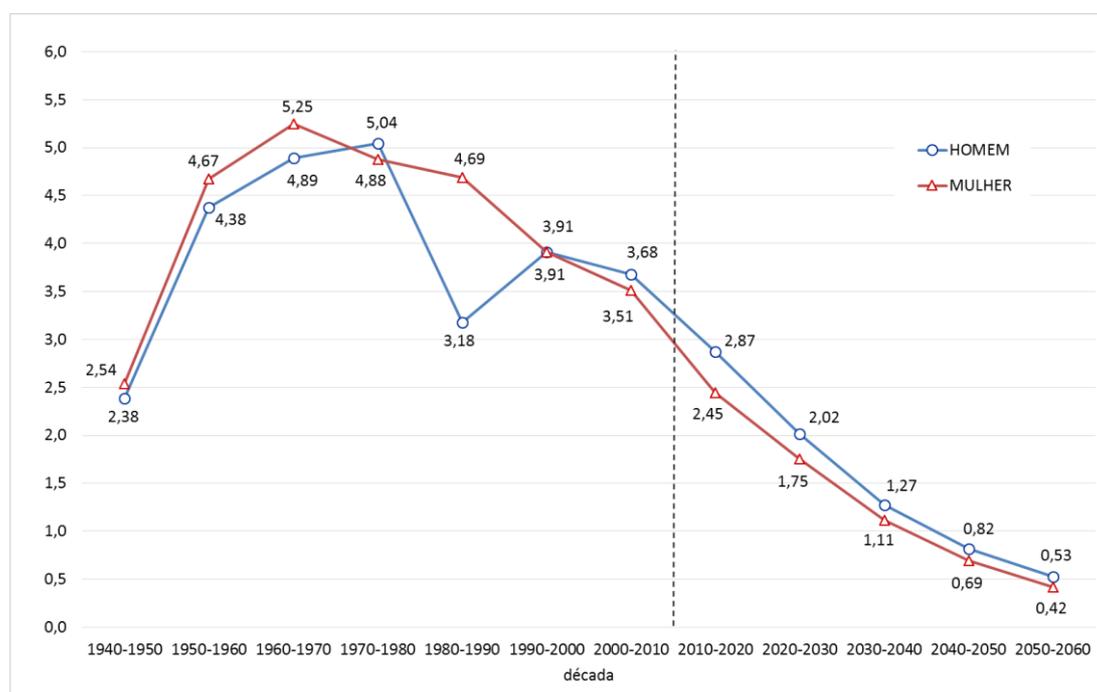
Num contexto de fecundidade baixa, como é o caso do Brasil desde a virada para o século XXI (*TFT de 2,39 filhos por mulher em 2000, 1,87 em 2010 e 1,70 em 2013 – IBGE, 2013*), cada vez mais a componente mortalidade tem aumentado o seu peso na modelagem da estrutura etária do país. Caselli & Vallin (1990) apontam que embora o efeito de envelhecimento causado pela queda da fecundidade seja normalmente objeto de destaque pelos estudiosos, percebemos que atualmente as conseqüências da mudança na mortalidade são pelo menos iguais ou às vezes até mais importantes que a própria fecundidade. Em contraste com o passado, agora o declínio da mortalidade é uma poderosa causa do envelhecimento da população (LEE & CARTER, 1992), onde os ganhos porventura obtidos por grande parcela da população mundial terão, necessariamente, de se concentrar nas idades hoje consideradas avançadas, o que levaria a um aumento significativo não apenas no quantitativo de idosos como também em sua longevidade (CARVALHO, 2001), e mesmo nos países desenvolvidos onde já foi detectada uma desaceleração (WILMOTH, 1998) ou mesmo uma reversão (NCHS, 2016) nos ganhos da e_0 , as taxas de declínio da mortalidade em idades avançadas ainda têm se mostrado elevadas (WILMOTH, 2011), propiciando um paulatino aumento na sobrevida dos indivíduos, sem mostrar sinais ou evidências da existência de um limite fixo imposto pela Biologia ou outros fatores (WILMOTH, 2000). Em função dessas constatações, uma pergunta natural que surge seria: “Será que o recente ritmo de ganhos na esperança de vida e na esperança de vida ativa vai se estender para as próximas gerações, ou estamos nos aproximando do ponto em que os retornos serão cada vez mais decrescentes?” (WACHTER, 1997).

No caso do Brasil, obviamente os ganhos ocorridos nos anos vividos a mais por homens e mulheres no período de 70 anos entre 1940-2010 não irão se repetir nos próximos 70 anos subsequentes, pois isso significaria no ano de 2080 uma e_0 de 97,8

anos para homens e 107,3 anos para mulheres, situação inimaginável mesmo no país de maior longevidade do mundo: o Japão⁸.

Apesar de continuarmos esperando um crescimento contínuo na sobrevivência das pessoas no Brasil, o Órgão Oficial das Estatísticas no país estima que os ganhos na e_x serão cada vez menores, principalmente para as mulheres, como se pode observar no gráfico 3 a seguir, que combina as tábuas de mortalidade de 1940-2010 com aquelas projetadas pelo IBGE no período de 2010-2060. No Brasil, praticamente até a década de 1980 as mulheres experimentaram ganhos superiores na e_0 vis a vis os homens. Este diferencial foi notadamente marcante na década de 1980-1990, onde o aumento da mortalidade por causas externas foi fator fundamental para essa discrepância. A partir da virada do século XX até o ano de 2010 observa-se uma inversão nessa tendência, onde os ganhos masculinos em geral foram maiores que os femininos, com perspectiva similar para as projeções futuras até 2060.

Gráfico 3 - Ganhos da e_0 entre décadas - Brasil 1940-2060 - Homens e Mulheres



fonte: IBGE, Tábuas de Mortalidade 1940-2010 e Tábuas da Projeção 2013

Apesar da e_0 ser um indicador importantíssimo pois representa o nível da mortalidade em determinado instante, a mesma é uma medida sintética na demografia, sendo que o padrão da curva de mortalidade pode sofrer significativas alterações ao longo do tempo, pois as ${}_nM_x$ não variam uniformemente entre as

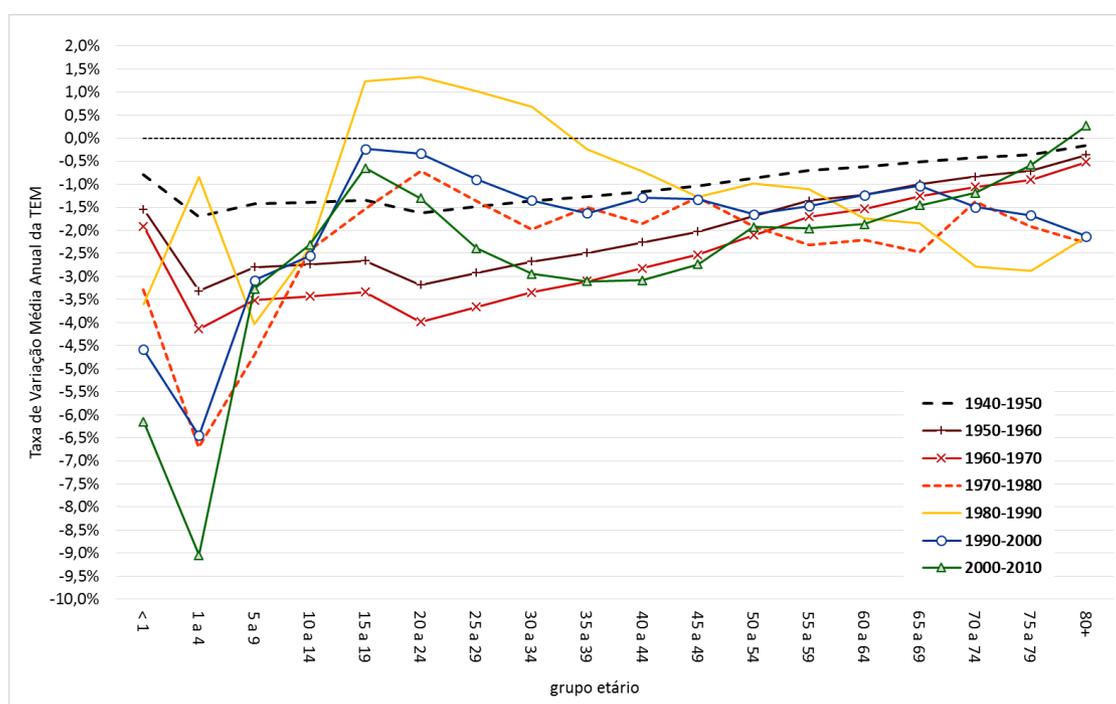
⁸ Segundo as projeções das Nações Unidas constantes no *World Population Prospects 2017*, a expectativa de vida ao nascer no Japão no período de 2080-2085 seria de 88,92 anos para homens e 95,40 anos para mulheres.

idades. Essa alteração no padrão da curva pode claramente ser observado no Brasil a partir da década de 1990, com o aumento significativo da mortalidade pelas chamadas causas externas, principalmente para os homens. Essa mudança de padrão acarreta um “calombo” (*accident hump*) nas curvas de mortalidade, notadamente as masculinas (vide gráfico 1).

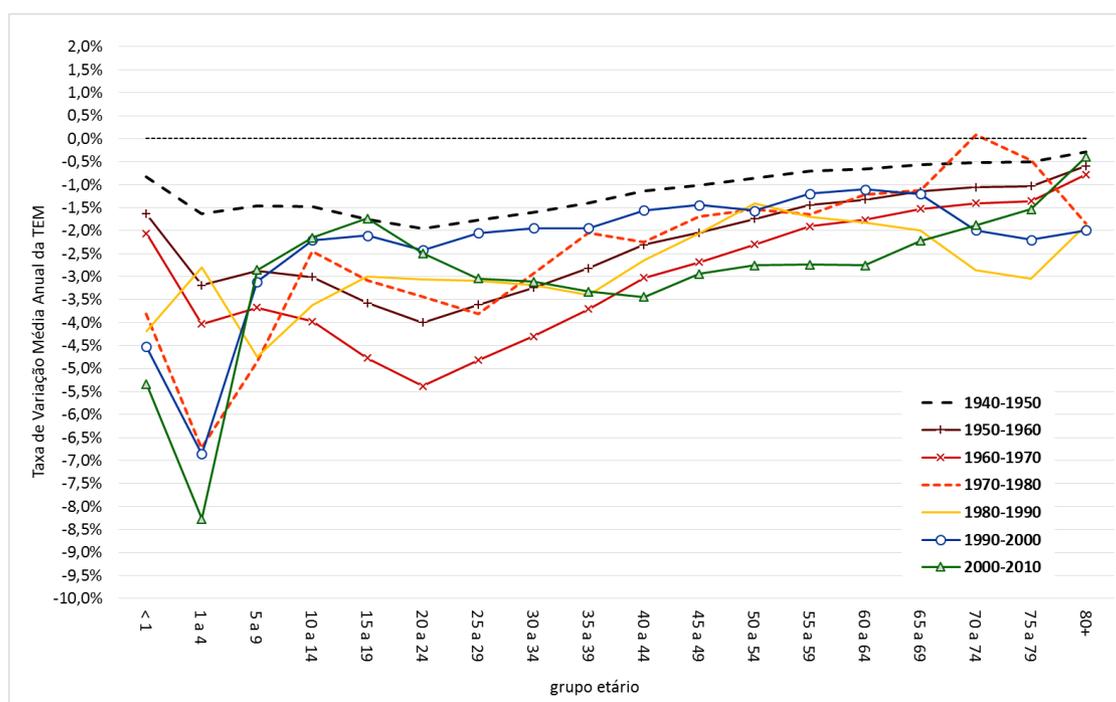
Neste contexto, a realização de projeções de população é missão árdua, mas essencial, tanto no âmbito dos estudos demográficos quanto em diversos outros campos (TABEAU *et. al*, 2002). Com isso, tanto a Estatística quanto a Demografia são ingredientes necessários em qualquer análise séria para a sustentabilidade dos Sistemas de Aposentadorias e Pensões e dos Sistemas de Saúde nas sociedades que passam pelo processo de envelhecimento, na avaliação para a alocação de recursos de políticas públicas e na estimativa do tamanho e composição por sexo e idade das populações em diversos pontos no tempo (ALHO & SPENCER, 2005).

Apenas para termos uma noção acerca da variabilidade histórica das nM_x no Brasil, o gráfico 4 e o gráfico 5 a seguir apresentam, para homens e mulheres, respectivamente, a variação média anual das taxas de mortalidade por idade, no período de 1940-2010. Percebe-se que a variação das nM_x no Brasil foi muito longe de ser uniforme nas décadas históricas passadas, situação essa que seria representada por retas paralelas ao eixo dos grupos etários (eixo x), tal qual reta tracejada ao longo de 0,0%.

Gráfico 4 - Taxa de Variação Média Anual das nM_x na década - Brasil - Homens



fonte: IBGE, Tábuas de Mortalidade 1940, 1950, 1960, 1970, 1980, 1991, 2000 e 2010

Gráfico 5 - Taxa de Variação Média Anual das nM_x na década - Brasil - Mulheres

fonte: IBGE, Tábuas de Mortalidade 1940, 1950, 1960, 1970, 1980, 1991, 2000 e 2010

A partir das constatações apontadas, o trabalho de Projeção da Mortalidade torna-se cada vez mais importante como ferramenta de planejamento estratégico nacional. Conforme citado, as projeções de mortalidade são utilizadas em uma ampla variedade de campos acadêmicos e para a elaboração de políticas públicas de saúde globais e nacionais, de pesquisa médica e farmacêutica e de previdência social e planejamento de aposentadorias e pensões (GIROSI & KING, 2008), onde já vem de longa data seus estudos voltados para a Seguridade Social (SSA, 1965), com constantes aprimoramentos e evoluções metodológicas nas últimas décadas, tanto para a dos Estados Unidos (SSA 2005) quanto para os países da Comunidade Europeia (EC 2015).

3) METODOLOGIA

Conforme já citado, o impacto do Risco de Longevidade na Previdência Social será medido a partir da utilização das tábuas de mortalidade projetadas para o período entre 2010 e 2060 pelo Órgão Oficial de Estatísticas do Brasil (IBGE, 2013), comparando os resultados com aqueles obtidos a partir da tábua de período de 2010. Com isso, sempre que for feita a referência da tábua estática neste trabalho, entenda-se a tábua de período de 2010, e tábua geracional como a tábua construída a partir das tábuas projetadas no período 2010-2060 para o Brasil.

Neste momento surge o primeiro obstáculo, pois as tábuas disponibilizadas na referida projeção são tábuas abreviadas de mortalidade⁹ com grupo aberto em 90+ anos, e para o exercício a ser apresentado neste artigo necessitamos de tábuas completas de mortalidade (*por idades simples*).

Para mantermos a coerência com as tábuas completas de mortalidade divulgadas pelo IBGE em 01/12 de cada exercício, vamos aplicar a mesma metodologia de abertura de tábuas utilizada pelo Instituto (*vide IBGE 2016*), sendo que no presente trabalho o grupo aberto é 90+, diferentemente das tábuas completas com grupo aberto 80+ apresentadas anualmente. A lógica do procedimento de abertura de tábuas é garantir que os óbitos gerados em cada idade simples sejam equivalentes àqueles gerados no respectivo grupo etário quinquenal, garantindo uma igualdade nas e_0 (*tanto da tábua abreviada quanto da completa, para homens e mulheres*), a menos de erros de arredondamento nos cálculos. Para tanto vamos utilizar basicamente duas funções da tábua de mortalidade: l_x que representa o número de sobreviventes na idade exata x , e ${}_n d_x$ que representa o número de óbitos entre as idades x e $x+n$. Todas as outras funções da tábua podem ser calculadas a partir das duas anteriores, a partir das relações matemáticas existentes entre elas (*vide ORTEGA, 1987*).

Optou-se por manter o grupo aberto em 90+ sem a aplicação de nenhum método de extrapolação para idades ainda mais avançadas, pois mesmo em 2017 ainda é ínfimo o quantitativo de brasileiros que consegue chegar nessas idades¹⁰. A diferença neste caso seria apenas marginal nos resultados aqui apresentados, caso fossem criadas tábuas com grupos abertos em 100+, etc.

O procedimento de abertura dessas tábuas por idade simples consistirá em 3 etapas: 1) abertura da mortalidade para os menores de 5 anos, 2) abertura da mortalidade para as idades de 5 até 89 anos, 3) Correção da descontinuidade gerada na curva de mortalidade entre as idades de 5-14 anos, a partir da junção das curvas das etapas 1) e 2).

Para a obtenção dos sobreviventes (l_x) nas idades simples de 1, 2, 3 e 4 anos na etapa 1), vamos seguir aquilo o que preconiza a literatura, considerando que ao longo dessas idades a mortalidade decresce de forma hiperbólica. Com isso, ajustar-se-á uma hipérbole passando por três pontos específicos balizadores, a

⁹ Com grupos etários de 0-1 anos, 1-4 anos, 5-9, 10-14, 15-19 e assim sucessivamente até 90+ anos.

¹⁰ As projeções do IBGE para 2017 apontam para uma população de 207.660.929 pessoas, sendo 102.471.274 homens e 105.189.655 mulheres em 01/07/2017. Desses indivíduos, apenas 0,19% teriam 90 ou mais anos no caso dos homens e 0,40% no caso das mulheres (*vide IBGE 2013*)

saber: l_0 , l_1 e l_5 . A expressão analítica básica e suas derivadas para o cálculo dos parâmetros (A, B e C) são as seguintes:

$$(1) \quad l_x = \frac{Ax + B}{x + C}$$

$$(2) \quad A = (l_1 + C * l_1) - B$$

$$(3) \quad B = C * l_0$$

$$(4) \quad C = \frac{5 * (l_5 - l_1)}{5l_1 - 4l_0 - l_5}$$

Para a abertura dos óbitos dos grupos etários quinquenais dos 5 aos 89 anos na etapa 2), optou-se por utilizar o procedimento conhecido como interpolação osculatória (ver SIEGEL & SWANSON, 2004), que em suma refere-se a uma interpolação polinomial cujos coeficientes já foram estimados. Neste trabalho foram utilizados os multiplicadores¹¹ de “Beers Ordinary” (BEERS, 1944), que permitem obter valores intermediários a partir de determinados pontos balizadores conhecidos. O procedimento em tela utiliza o grupo etário quinquenal que se deseja abrir em idades individuais, tendo como pontos de apoio os dois grupos etários quinquenais anteriores e posteriores, com exceção dos grupos etários 5-9 anos (utiliza os 4 grupos etários posteriores) e 10-14 anos (utiliza o grupo etário anterior e os 3 grupos etários posteriores). Essa técnica consegue reproduzir por idade simples, na íntegra, os óbitos do correspondente grupo etário quinquenal da tábua abreviada de mortalidade.

Com relação aos dois últimos grupos etários quinquenais de 80-84 e 85-89 anos precisamos calcular dois pontos de apoio. Para o penúltimo é preciso estimar o quantitativo de óbitos no intervalo de 90 a 94 anos. Com relação ao grupo etário 85-89 anos precisamos dos óbitos estimados para os grupos de 90-94 e 95-99 anos. Nessa situação, a literatura aponta que uma das alternativas para ajuste do l_x nestes dois pontos seria utilizar uma Curva de Gompertz (GOMPertz, 1825).

A Função de Gompertz é muito utilizada para modelar fenômenos da natureza em que no primeiro momento as mudanças (taxa de variação) são muito lentas, a partir de determinado ponto a taxa de variação acelera e cresce até atingir um máximo, quando a partir de então desacelera até se anular, no limite. Os fenômenos com essa característica são descritos por meio de curvas de saturação¹², dentre as

¹¹ Foram testados outros multiplicadores como SPRAGUE e BEERS MODIFIED, todavia os resultados obtidos ficaram muito próximos aos do BEERS ORDINARY, razão pela qual optou-se por utilizar esse último.

¹² A conhecida Função Logística também possui essa característica.

quais estão Função de Gompertz (IBGE, 2016). A expressão analítica básica e suas derivadas para o cálculo dos parâmetros (a, b e K) são as seguintes:

$$(5) \quad l_x = Ka^{b^x}$$

$$(6) \quad b = \frac{(\ln l_{90} - \ln l_{85})}{(\ln l_{85} - \ln l_{80})}$$

$$(7) \quad \ln a = \frac{(\ln l_{85} - \ln l_{80})^2}{(\ln l_{90} - 2\ln l_{85} + \ln l_{80})}$$

$$(8) \quad \ln K = \frac{(\ln l_{80} * \ln l_{90}) - (\ln l_{85})^2}{(\ln l_{90} - 2\ln l_{85} + \ln l_{80})}$$

Como terceira e última etapa do procedimento de abertura das tábuas abreviadas em tábuas completas de mortalidade necessitamos corrigir a descontinuidade que aparece na curva da função ${}_nq_x$ (probabilidade de morte entre as idades x e $x+n$) entre as idades de 5-14 anos, quando é feita a concatenação da curva gerada a partir do ajuste da hipérbole na etapa 1), com a curva gerada pela aplicação do método osculatório na etapa 2). Para solucionar esse problema optou-se por ajustar a curva de mortalidade entre as idades de 5-14 anos pelo modelo de 8 parâmetros proposto originalmente por Heligman & Pollard (1980). Segundo os autores, a razão de mortalidade pode ser descrita como uma função paramétrica da idade x , conforme expressão a seguir:

$$(9) \quad \frac{q_x}{p_x} = A^{(x+B)^C} + De^{-E(\ln(x)-\ln(F))^2} + GH^x$$

A fórmula matemática contém três componentes, cada uma representando uma fase distinta da mortalidade, a saber: mortalidade infantil, mortalidade por causas externas e mortalidade por senescência. Essa curva básica é contínua e aplicável para toda idade x , tal que $0 \leq x \leq \infty$, e permite, para os valores adequados dos parâmetros, que q_x assuma apenas valores entre 0 e 1, como deve ser uma função de probabilidade. Apesar de ter-se que estimar oito parâmetros, cada um com sua interpretação demográfica, esse processo é muito mais prático do que se estimar individualmente cada um dos q_x nas $\omega+1$ idades diferentes¹³.

Depois de transformadas as 150 tábuas de mortalidade¹⁴ de abreviadas em completas seguindo a metodologia descrita anteriormente, o impacto do Risco de Longevidade será dado a partir da razão entre a anuidade diferida antecipada

¹³ ω (ômega) normalmente maior ou igual a 90 anos.

¹⁴ Foram 50 anos de projeção utilizados de 2010 até 2060, com tábuas de homens, mulheres e para a população de ambos os sexos combinados, totalizando 150 tábuas de mortalidade.

vitalícia¹⁵ (${}_n|ä_x$) calculada com a tábua projetada (2010-2060) e aquela calculada com a tábua de período de 2010. Para tanto, serão utilizadas as seguintes expressões atuariais¹⁶:

$$(10) \quad {}_n|ä_x = \frac{N_{x+n}}{D_x} \quad (11) \quad N_x = \sum_{t=x}^{\infty} D_t$$

$$(12) \quad D_x = l_x * v^x \quad (13) \quad v^x = \left(\frac{1}{1+i} \right)^x$$

Onde: x = idade, i = taxa de juros e l_x = número de sobreviventes na idade exata x .

A diferença para no cálculo da anuidade com as tábuas projetadas é que agora para cada ano subsequente, será considerado o l_x da tábua projetada para aquele ano específico. Além disso, no presente artigo optou-se por estimar o valor de ${}_n|ä_x$ para as idades de 20, 30, 40, 50 e 60 anos em 2010, para os três grupos de estudo (homens, mulheres e ambos). O cálculo das anuidades diferidas se justifica pelo fato de que um participante de Plano de Benefícios Previdenciários normalmente contribui por determinado período de tempo e se aposenta com alguma idade específica, próxima dos 60 anos. Com isso serão apresentadas as anuidades diferidas até essa idade, utilizando além da taxa de juros de 6% a.a. comumente utilizada nas Avaliações Atuariais dos RPPS, também as taxas de juros de 5% e 4%, para termos uma noção acerca da variabilidade dos resultados a partir a alteração deste parâmetro.

¹⁵ A Anuidade Diferida Antecipada Vitalícia (${}_n|ä_x$) indica o valor atual de uma série de pagamentos de R\$1,00, pagáveis a uma pessoa com idade atual de x anos, daqui a n anos, enquanto a mesma estiver viva, com pagamentos efetuados no início de cada período.

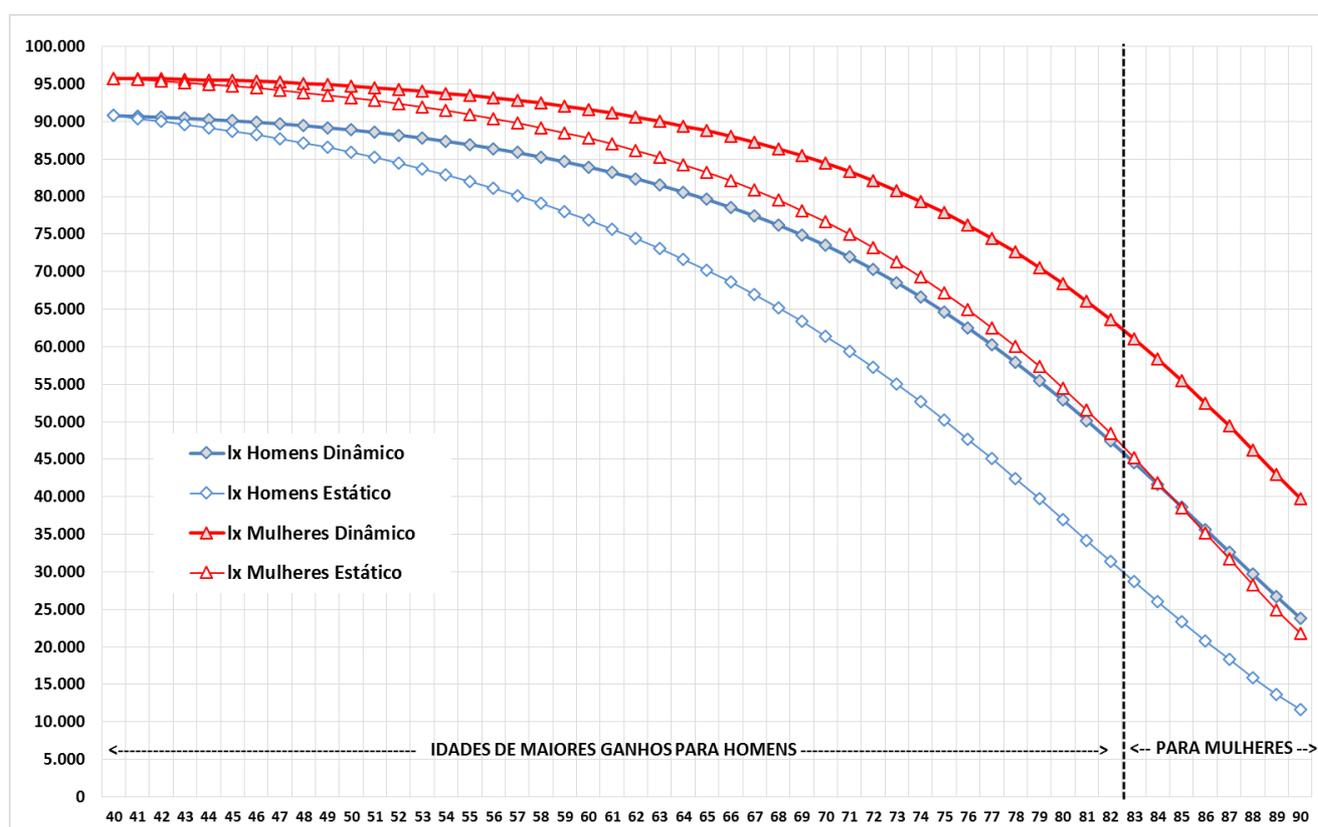
¹⁶ Para maiores detalhes ver *Bowers et. al. (1997), Jordan (1991), Ferreira (1985) e Vilanova (1969)*.

4) RESULTADOS

Antes de se adentrar nos resultados obtidos, cabe destacar que a abertura das 150 tábuas abreviadas em completas acarretou em uma leve majoração das e_0 , em menos de 1 mês em todos os casos, corroborando a qualidade do ajuste¹⁷ realizado.

O gráfico 6 a seguir apresenta como exemplo os diferenciais no número de sobreviventes a partir da idade de 40 anos, considerando a tábua de período de 2010 e a tábua projetada. A partir da simples análise gráfica percebe-se uma clara maior sobrevivência de homens e mulheres nas tábuas projetadas, quando se incorpora a questão da Longevidade dinâmica. Conforme já citado anteriormente, a expectativa é de que os homens apresentem maiores ganhos *vis a vis* as mulheres, o que pode ser observado entre as idades de 40 a 82 anos, quando a partir de então os ganhos femininos tendem a ser superiores.

Gráfico 6 - Número de sobrev.à idade exata x (l_x) - Brasil - Tábua Estática X Tábua Dinâmica



fonte: IBGE, Projeção de População 2013

A tabela 1 a seguir apresenta as anuidades diferidas até os 60 anos a partir das idades de 20, 30, 40, 50 e 60 (*para homens, mulheres e ambos os sexos*), para a

¹⁷ Foi obtido um valor mínimo de 13 dias a mais na e_0 de uma das 50 tábuas masculinas e um valor máximo de 27 dias a mais na e_0 de uma das 50 tábuas femininas.

tábua de período de 2010 e as tábuas de mortalidade projetadas entre 2010-2060. A diferença percentual ou a razão entre as estimativas (*projetada x estática*) fornece uma *proxy* para o impacto do Risco de Longevidade na Previdência Social. Razão similar é calculada para a expectativa de vida aos 0, 20, 30, 40, 50 e 60 anos. O gráfico 7 apresenta as razões com relação às e_x geradas enquanto que o gráfico 8 apresenta esse indicador com relação às anuidades.

A utilização da tábua geracional comparada à estática faz com que e_0 masculina salte de 70,22 para 76,91 anos, um ganho de 6,68 anos, enquanto que a e_0 feminina passaria de 76,95 para 81,81 anos, um acréscimo de 4,87 anos ao nascer. Percebe-se que para as idades de 20, 30, 40, 50 e 60 anos, apesar dos ganhos absolutos em termos de anos vividos serem cada vez menores, como era de se esperar, os ganhos relativos em termos de razão de e_x são cada vez maiores, indicando que os indivíduos tendem a viver cada vez mais até idades avançadas. Por exemplo, na idade de 60 anos, apesar dos ganhos absolutos de homens e mulheres serem de 3,05 e 2,54 anos, respectivamente, praticamente a metade dos ganhos na idade de 0 anos (*6,68 para homens e 4,87 para mulheres*), os ganhos relativos são de 15,87% para homens e 11,55% para mulheres, bem superiores se comparados com os ganhos relativos ao nascer (*9,52% para homens e 6,32% para mulheres*).

Com relação às anuidades de homens, mulheres e ambos os sexos, quanto menor a taxa de juros utilizada no cálculo, maior o valor das mesmas em geral, e maior também é o valor da razão entre as estimativas a partir das tábuas projetadas e da estática, acarretando num maior impacto do Risco de Longevidade. Por exemplo, para uma taxa de juros de 6% a.a. a anuidade aos 60 anos para os homens vale 11,0553 utilizando a tábua estática e 12,1396 utilizando a tábua projetada. Se for considerado uma taxa de juros de 5% a.a. esses valores sobem para 11,9505 e 13,2178, respectivamente, e com 4% a.a. esses valores crescem ainda mais para 12,9855 e 14,4764. Para uma mesma taxa de juros, aqui, diferentemente do que ocorre com relação à e_x , quanto maior a idade maior será a diferença entre as anuidades calculadas a partir das tábuas projetadas e estática, todavia menor será o peso relativo da mudança, dado pela razão entre as estimativas. Por exemplo, para uma taxa de juros de 6% a.a. e população de ambos os sexos combinados, a diferença entre o valor das anuidades diferidas aos 20, 30, 40, 50 e 60 anos seria de 0,1746 (1,1289 – 0,9543), 0,3027 (2,0427 – 1,7400), 0,4998 (3,6879 – 3,1882), 0,7639 (6,7123 – 5,9485) e 0,9991 (12,5930 - 11,5940), respectivamente. Já a razão

entre as anuidades diferidas utilizando a mesma taxa de juros de 6% a.a. seria decrescente conforme o aumento da idade, com valor de 18,29% aos 20 anos, 17,39% aos 30 anos, 15,68% aos 40 anos, 12,84% aos 50 anos e 8,62% aos 60 anos.

Importante destacar que os valores das anuidades diferidas são sempre mais elevados para as mulheres, como era de se esperar, como consequência da sobremortalidade masculina observada no Brasil, tanto para a tábua de período de 2010 como para as tábuas projetadas. Nessas condições, tomando como exemplo um homem e uma mulher com mesmo salário que se aposentem juntos aos 60 anos de idade, a Reserva Matemática de Benefício Concedido (RMBC) dessa mulher deverá obrigatoriamente ser maior que a do homem, visto sua maior sobrevivência.

Os resultados obtidos no simples exercício aqui conduzido mostram a importância da inclusão da projeção de mortalidade nos cálculos atuariais não só dos RPPS como também das Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPC) ou Fundos de Pensão. As estimativas aqui apresentadas representam um exemplo do possível (*e provável*) impacto que os ganhos em anos de vida podem gerar nos gastos dessas instituições. Devemos lembrar que as anuidades diferidas calculadas se referem ao pagamento de uma unidade monetária por ano ao beneficiário, o que toma um vulto de proporções muito maiores quando alteramos essa unidade monetária pelo valor do benefício a ser efetivamente pago ao segurado (por exemplo: R\$1.000,00, R\$5.000,00, R\$10.000,00) e somamos essas diferenças para 100, 1.000, 10.000 segurados e assim sucessivamente. Nessas condições, a distribuição por sexo e idade da massa de segurados dará o peso final para o impacto do Risco de Longevidade da Previdência Social. Quanto mais jovem for o perfil demográfico dos participantes, maior o impacto a ser calculado.

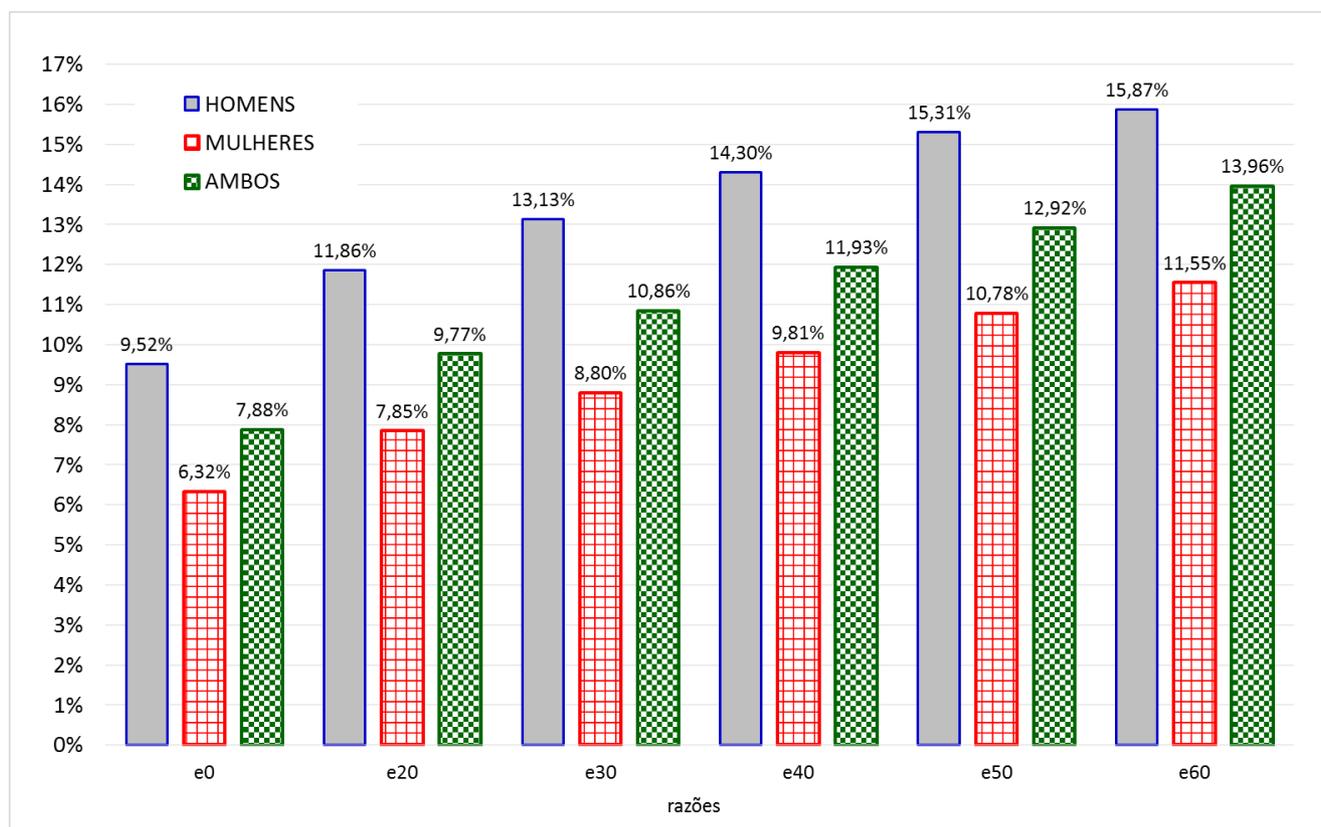
Tabela 1 – Impacto do Risco de Longevidade a partir de Taxas de Juros Diferenciadas e na Esperança de Vida (e_x) nas idades de 20, 30, 40, 50 e 60 anos – Brasil – H, M e A

Taxa de Juros	Idade (x)	Difer. (n)	Função	HOMEM			MULHER			AMBOS OS SEXOS		
				Tábua Estática 2010	Tábua Proj.	Razão	Tábua Estática 2010	Tábua Proj.	Razão	Tábua Estática 2010	Tábua Proj.	Razão
6%	20	40	${}_n\ddot{a}_{20}$	0,8554	1,0589	23,79%	1,0544	1,1994	13,76%	0,9543	1,1289	18,29%
	30	30	${}_n\ddot{a}_{30}$	1,5763	1,9302	22,46%	1,9019	2,1528	13,19%	1,7400	2,0427	17,39%
	40	20	${}_n\ddot{a}_{40}$	2,9180	3,5014	19,99%	3,4492	3,8645	12,04%	3,1882	3,6879	15,68%
	50	10	${}_n\ddot{a}_{50}$	5,5223	6,4092	16,06%	6,3482	6,9867	10,06%	5,9485	6,7123	12,84%
	60	0	${}_n\ddot{a}_{60}$	11,0553	12,1396	9,81%	12,0724	12,8848	6,73%	11,5940	12,5930	8,62%
5%	20	40	${}_n\ddot{a}_{20}$	1,3510	1,6842	24,66%	1,6762	1,9189	14,48%	18,9792	19,6090	3,32%

Taxa de Juros	Idade (x)	Difer. (n)	Função	HOMEM			MULHER			AMBOS OS SEXOS		
				Tábua Estática 2010	Tábua Proj.	Razão	Tábua Estática 2010	Tábua Proj.	Razão	Tábua Estática 2010	Tábua Proj.	Razão
	30	30	${}_n\ddot{a}_{30}$	2,2643	2,7932	23,36%	2,7501	3,1331	13,93%	18,1249	18,9162	4,37%
	40	20	${}_n\ddot{a}_{40}$	3,8127	4,6089	20,88%	4,5364	5,1155	12,77%	16,8103	17,7629	5,67%
	50	10	${}_n\ddot{a}_{50}$	6,5629	7,6731	16,92%	7,5943	8,4102	10,74%	14,9657	16,0490	7,24%
	60	0	${}_n\ddot{a}_{60}$	11,9505	13,2178	10,61%	13,1360	14,1025	7,36%	12,5784	13,7508	9,32%
4%	20	40	${}_n\ddot{a}_{20}$	2,1527	2,7042	25,62%	2,6900	3,1007	15,27%	22,3087	23,2186	4,08%
	30	30	${}_n\ddot{a}_{30}$	3,2786	4,0768	24,35%	4,0106	4,6015	14,74%	21,0003	22,0942	5,21%
	40	20	${}_n\ddot{a}_{40}$	5,0168	6,1138	21,87%	6,0119	6,8274	13,56%	19,1414	20,3963	6,56%
	50	10	${}_n\ddot{a}_{50}$	7,8475	9,2488	17,86%	9,1458	10,1978	11,50%	16,7009	18,0561	8,11%
	60	0	${}_n\ddot{a}_{60}$	12,9855	14,4764	11,48%	14,3760	15,5333	8,05%	13,7220	15,1072	10,09%
	0		e_0	70,22	76,91	9,52%	76,95	81,81	6,32%	73,54	79,33	7,88%
	20		e_{20}	52,48	58,71	11,86%	58,67	63,27	7,85%	55,55	60,98	9,77%
	30		e_{30}	43,84	49,59	13,13%	49,05	53,37	8,80%	46,46	51,50	10,86%
	40		e_{40}	35,12	40,15	14,30%	39,60	43,48	9,81%	37,40	41,86	11,93%
	50		e_{50}	26,78	30,88	15,31%	30,52	33,81	10,78%	28,71	32,42	12,92%
	60		e_{60}	19,23	22,28	15,87%	22,04	24,58	11,55%	20,72	23,61	13,96%

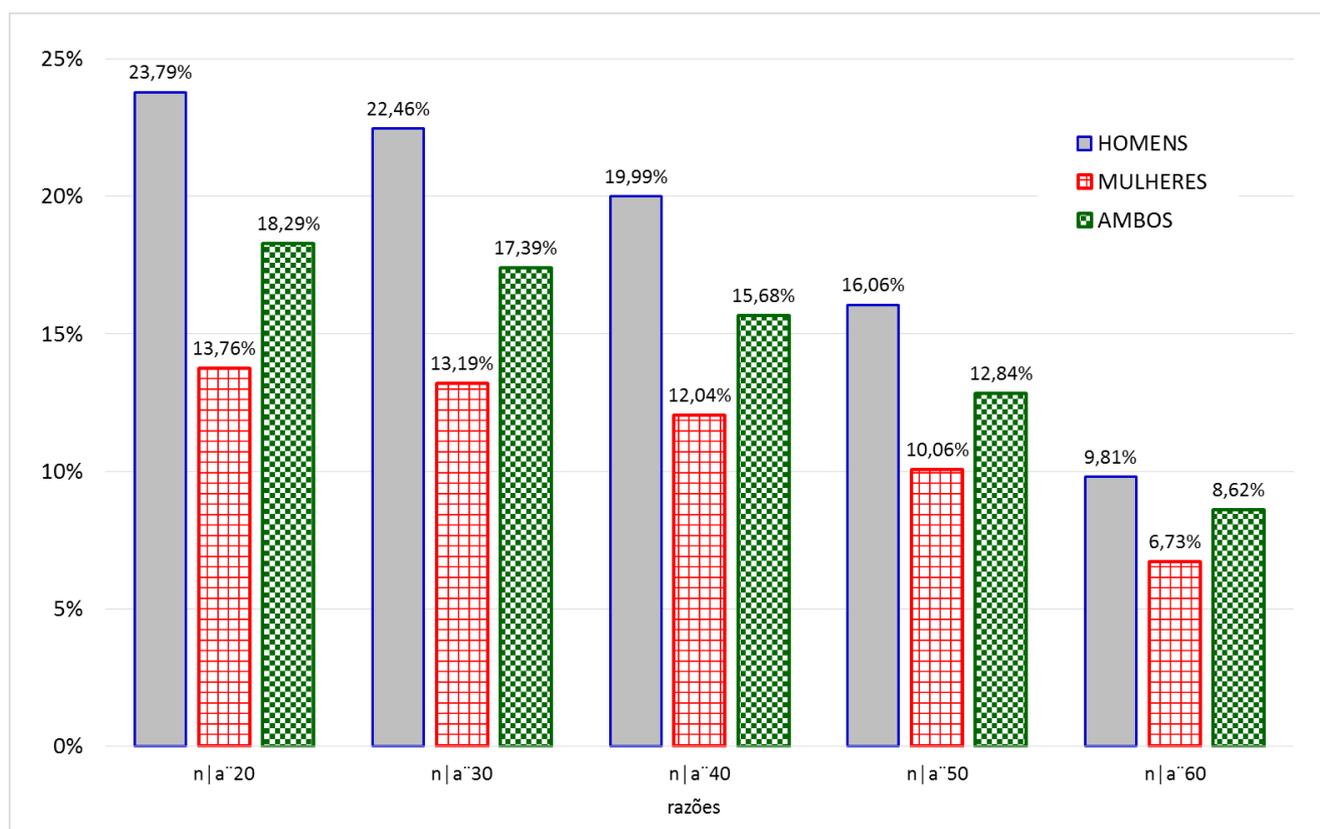
fonte: IBGE, Projeção de População 2013

Gráfico 7 - Razões entre Expectativas de Vida (e_x) de Tábuas Dinâmicas e Estáticas



fonte: IBGE, Projeção de População 2013

Gráfico 8 - Razões entre Anuidades Diferidas (n/a_x) de Tábuas Projetadas e Estáticas (juros de 6% a.a.)



fonte: IBGE, *Projeção de População 2013*

5) CONCLUSÃO E DISCUSSÃO

O presente trabalho teve como objetivo apresentar um ensaio simples sobre o possível impacto do Risco de Longevidade da Previdência Social Brasileira, a partir da utilização das tábuas de mortalidades projetadas pelo IBGE no período 2010-2060, e comparando os resultados com os obtidos a partir da tábua de período de 2010.

Uma das limitações dos resultados aqui apresentados é que os mesmos representam apenas uma média para a população brasileira como um todo, e essa medida de posição é altamente influenciada pelos extremos da distribuição. Num país de dimensões continentais e extremamente heterogêneo e desigual como o Brasil é de se esperar que o impacto do Risco de Longevidade seja diferenciado não apenas entre gêneros, mas dentro de cada uma das 27 Unidades da Federação espalhadas nas 5 Grandes Regiões do país, e, mesmo dentro de uma UF específica, ainda existirão diferenciais entre os diversos grupos e níveis socioeconômicos existentes.

Nestas condições, o ideal é que este risco seja medido de forma diferenciada em função da localidade, a partir da utilização de Tábuas de Mortalidade projetadas não apenas para o Brasil como um todo, mas para cada um dos estados brasileiros e suas Grandes Regiões¹⁸, tentando dessa forma contemplar os diferenciais socioeconômicos existentes, diferenciais esses que guardam alta correlação com uma maior ou menor longevidade das pessoas.

Outra limitação importante é que os resultados aqui obtidos carregam consigo todos os pressupostos de longevidade futura de homens e mulheres, adotados pelo IBGE na Projeção 2013. Neste estudo específico, o Órgão Oficial de Estatísticas do país adotou um limite máximo arbitrário para a e_0 a partir da incorporação de tábuas limite de mortalidade disponibilizadas pelo *U.S Bureau of The Census (alocando as mesmas no ano de 2100)*, e procedeu à projeção das tábuas realizando uma interpolação linear entre as ${}_nM_x$ calculadas para 2010 e aquelas das tábuas limite de homens e mulheres posicionadas em 2100. Um avanço metodológico para a projeção da mortalidade no país seria obtido a partir da aplicação de variantes do conhecido Método de *Lee & Carter (1992)* como a proposta por *Lee & Miller (2001)*, e sua adaptação sugerida por *Li et. al. (2004)* para utilização em países com dados limitados, como é o caso do Brasil. A vantagem desse tipo de metodologia é que não se precisa arbitrar um limite hipotético tanto para as ${}_nM_x$ (*referentes ao padrão da mortalidade*) quanto para a e_0 (*referente ao nível da mortalidade*) dos indivíduos. Os resultados projetados tomam como base a própria experiência histórica e a variação das taxas de mortalidade da localidade ao longo dos anos ou décadas, possibilitando inclusive o cálculo de intervalos de confiança para os valores preditos.

Apesar das tábuas utilizadas neste trabalho terem como limite o grupo aberto 90+, entende-se que os resultados apresentados com relação ao impacto do Risco de Longevidade na Previdência Social não devam sofrer grandes alterações caso as tábuas fossem com grupos abertos em idades mais avançadas (95+, 100+, 105+, etc), pois mesmo em 2017 ainda é ínfimo o número de pessoas que chega com vida a 90 anos ou mais no país (*apenas 0,19% do total da população no caso dos homens e 0,40% no caso das mulheres, segundo a Projeção 2013 do IBGE*).

Tomando como exemplo o resultado da razão entre a anuidade projetada e estática aos 60 anos de idade e com taxa de juros de 6% a.a., obtivemos o percentual de 9,81% para os homens e 6,73% para as mulheres, como uma *proxy* para o

¹⁸ Ou, por exemplo, tábuas de mortalidade construídas e projetadas especificamente a partir de informações dos servidores vinculados aos RPPS brasileiros.

impacto do Risco de Longevidade nessas idades. Pode ser que aos olhos de alguns leitores estes valores, juntamente com os calculados para as outras idades selecionadas (20, 30, 40 e 50) possam parecer baixos, mas na verdade não são. Basta lembrar que, no caso específico da Previdência dos Regimes Próprios, as estatísticas constantes nos Demonstrativos de Resultados de Avaliações Atuariais (DRAA) de cerca de 2.000 entes federativos mostram que o almejado Equilíbrio Financeiro e Actuarial (EFA) parece ser muito mais uma exceção (*ou evento raro*) do que a regra efetivamente observada na prática. Mesmo uma situação de *pseudo* equilíbrio financeiro e actuarial pode facilmente ser transformada em déficit pelo simples fato de trocarmos a tábua de mortalidade de ambos os sexos¹⁹ (*que é a tábua utilizada na maioria esmagadora dos cálculos atuariais anuais dos RPPS*) por tábuas específicas para homens e mulheres. Se incluirmos nessa equação o ainda não contemplado Risco de Longevidade na Previdência Social a partir da utilização das anuidades calculadas com tábuas projetadas, multiplicando pelo valor efetivo do benefício a ser pago ao assistido e pelo número de assistidos, uma situação de desequilíbrio tende a se agravar ainda mais, o que pode ser reforçado num cenário de crise ou instabilidade da economia do país.

Cabe ressaltar que o trabalho aqui apresentado é apenas introdutório e não tem a menor pretensão de esgotar esse assunto de extrema relevância chamado Risco de Longevidade.

6) REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALHO, Juha M. and SPERCER, Bruce D. Statistical Demography and Forecasting. Springer Series in Statistics, 2005.

ANTOLIN, Pablo. Longevity Risk and Private Pensions, OECD Working Papers on Insurance and Private Pensions, N. 3, OECD Publishing, 2007.

BALLOTTA, Laura, HABERMAN, Steven. The fair valuation problem of guaranteed annuity options: The stochastic mortality environment case. Insurance Mathematics and Economics 38(1):195-214 · February 2006.

BEERS, H.S. Six-Term Formulas for Routine Actuarial Interpolation. Record of American Institute of Actuaries. 33(68) : 245-260. Part 11, Nov 1944.

¹⁹ A utilização da tábua de mortalidade de ambos os sexos nas Avaliações Atuariais dos RPPS normalmente gera resultados mais favoráveis nos Custos Normal e Suplementar (e conseqüentemente menores valores de Reserva Matemática), pois em grande parte dos entes federativos mais de 50% da massa segurada é representada por mulheres, que vivem em média mais que os homens, com destaque no peso das Secretarias de Saúde e Educação, majoritariamente compostas por indivíduos do sexo feminino.

BOOTH, Heather, HYNDMAN, Rob. J., TICKLE, Leonie, JONG, Piet de. Lee-Carter mortality forecasting: a multi-country comparison of variants and extensions. Demographic Research – Volume 15, Article 9, oct/2006.

BOWERS, Newton L. , GERBER, Hans U. , HICKMAN, James C. , SONES, Donald A. and NESBIT, Cecil J. Actuarial Mathematics, First Edition, published by SOA – Society of Actuaries, Second Edition, 1997.

CANNING, David. The Causes and Consequences of the Demographic Transition Harvard School of Public Health, July 2011.

CARVALHO, José Alberto Magno. Crescimento populacional e estrutura demográfica do Brasil. Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, Centro de Desenvolvimento e Planejamento Regional, 2004.

_____ Para onde iremos? Algumas tendências demográficas do século XXI. Revista Brasileira de Estudos de População. Campinas, v. 18, n. 1/2 p. 7-13, jan./dez. 2001.

CASELLI, Graziella, MESLÉ, France and VALLIN, Jacques. Epidemiologic transition theory exceptions. Genus, Vol. 58, No. 1, pp. 9-51, (January - March 2002).

CASELLI, Graziella and VALLIN, Jacques. Mortality and population aging. European Journal of Population, Amsterdam, v. 6, n. 1, p. 1-25, Jan. 1990.

CUTLER, David, DEATON, Angus and LLERAS-MUNEY, Adriana. The Determinants of Mortality. The Journal of Economic Perspectives, Vol. 20, No. 3 (Summer, 2006), pp. 97-120;

EUROPEAN COMMISSION – EC (2015). The 2015 Ageing Report: Economic and budgetary projections for the 28 EU Member States (2013-2060) – European Economy 3/2015.

FERREIRA, Weber J. Coleção introdução à Ciência Atuarial, Rio de Janeiro, IRB, 1985 4v..

FRENK Julio, BOBADILLA José Luis, STERN Claudio, FREJKA Tomas and LOZANO, Rafael Elements for a theory of the health transition - Health transition review, vol. 1, n° 1, p. 21-38, 1991;

GIROSI, Frederico and KING, Gary. Demographic Forecasting. Princeton University Press, 2008;

GOMPERTZ, Benjamin. On the Nature of The Function Expressive of the Law of Human Mortality. Philosophical Transactions of the Royal Society, Part II, 1825;

HABERMAN, S.; RENSHAW, A. Mortality, longevity and experiments with the Lee-Carter model. Lifetime Data Annual, London, v. 14, n. 3, p. 286-315, Sep. 2008.

HORIUCHI, Shiro. Epidemiological transitions in developed countries: past, present and future. In: UNITED NATIONS. Health and mortality issues of global concern. Proceedings of the Symposium on Health and Mortality. Chap. 2: 54-71. Brussels, 19-22 November. 1999. New York: United Nations.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATISTICA – IBGE (2016) Procedimentos para obtenção de uma Tábua Completa de Mortalidade a partir de uma Tábua Abreviada – Brasil 2014. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/tabuadevida/2015/default.shtm>>. Acesso em: 17/02/2017.

_____ (2013). Projeção da População do Brasil por Sexo e Idade para o período 2000-2060 e Unidades da Federação para o período 2000-2030. Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/projecao_da_populacao/2013/default_tab.shtm>. Acesso em: 17/02/2017.

_____ (2010). Observações sobre a evolução da mortalidade no Brasil: o passado, o presente e perspectivas. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/tabuadevida/2009/notastecnicas.pdf>>. Acesso em: 17/02/2017.

- _____ Tábuas de Mortalidade de 1950, 1960, 1970, 1980, 1991, 2000 e 2010.
- JORDAN JR, Chester Wallace. Life Contingencies - Second Edition - published by SOA – Society of Actuaries, Second Edition, 1991.
- KIRK, Dudley. Demographic Transition Theory. *Population Studies*, 50 (1996), 361-387.
- LEE, Ronald D. The Demographic Transition: Three Centuries of Fundamental Change. *Journal of Economic Perspectives*-Volume 17, Number 4 - Pages167-190 - Fall 2003.
- LEE, Ronald D. and CARTER, Lawrence R.. Modeling and forecasting U.S. mortality. *Journal of the American Statistical Association*, 87, 659-671, 1992.
- LEE, Ronald D. and MILLER, Timothy. Evaluating the performance of Lee-Carter Method for forecasting mortality. *Demography* 38 (4, November):537–549, 2001;
- LI, Nan, LEE, Ronald D. and Tuljapurkar, Shripad. Using the Lee-Carter method to forecast mortality for population with limited data. *International Statistical Review*, Edinburgh, v. 72, n. 1, p.19-36, Apr. 2004.
- MCKEOWN, Robert E. The Epidemiologic Transition: Changing Patterns of Mortality and Population Dynamics. *American Journal of Lifestyle Medicine* – vol. 3 supl. 1, 2009.
- NATIONAL CENTER FOR HEALTH STATISTICS – NCHS (2016). Mortality in the United States, 2015. NCHS Data Brief No. 267 - December 2016.
- OLSHANSKY, Jay and AULT, A. Brian. The fourth stage of the epidemiologic transition: the age of delayed degenerative diseases. *The Milbank Quarterly*, vol. 64, n° 3, p. 355-391, 1986;
- OMRAN, Abdel R.. The epidemiologic transition: A theory of the epidemiology of population change. *Milbank Memorial Fund Quarterly*, 49 (4): 509-538, 1971.
- _____ The Epidemiologic Transition Theory Revisited 30 Years Later. *World Health Statistics Quarterly* 51: 99–119, 1998;
- ORTEGA, Antonio. *Tablas de mortalidad*. Centro Latino Americano de Demografia, San Jose, Costa Rica, 1987.
- PRATA, Pedro Reginaldo. A Transição epidemiológica no Brasil. *Cadernos de Saúde Pública*, Rio de Janeiro, v. 8, n. 2, p.168-175, abr./jun. 1992.
- ROGERS Richard G. and HACKENBERG Robert. Extending epidemiologic transition theory. *Social Biology*, vol. 34, p. 234-243, 1987.
- SIEGEL, Jacob S. and SWANSON, David A. *The Methods and Materials of Demography*. Second Edition – Elsevier Academic Press – 835 p., 2004.
- SILVA, Luciano Gonçalves de Castro e. *Estudo da Mortalidade dos Servidores Públicos Cíveis do Estado de São Paulo: Tábua de Mortalidade destinada aos Regimes Próprios de Previdência Social*. Rio de Janeiro, 2008. 239 p. Dissertação de Mestrado - Escola Nacional de Ciências Estatísticas – ENCE, Rio de Janeiro, 2008.
- SOCIAL SECURITY ADMINISTRATION – SSA (2005). *Life Tables for the United States Social Security Area 1900-2100*. - Actuarial Study No. 120 by BELL, Felicitie C. and MILLER, Michael L.
- _____ (1965). Mortality experience of Workers Entitled to Old Age Benefits under OASDI 1941-1961. - Actuarial Study No. 60 by BAYÓ, Francisco and GLANZ, Milton P..
- TABEAU, Ewa, JETHS, Anneke Van Den Berg and HEATHCOTE, Christopher. *Forecast Mortality in Developed Countries: Insights from a Statistical, Demographic and Epidemiological Perspective*. *European Studies of Population* – Volume 9 – 2002, Kluwer Academic Publishers.
- TEITELBAUM, Michael S. Relevance of Demographic Transition Theory for Developing Countries. *Science, New Series*, Volume 188, Issue 4187 (may 2, 1975), 420-425.

UNITED NATIONS - UN (2017). World Population Prospects 2017 [electronic resource]. <https://esa.un.org/unpd/wpp/>

VALLIN, Jacques and MESLÉ, France. Convergences and Divergences in mortality. A new approach to health transition. *Demographic Research* 2.2 (2004): 11-44.

VILANOVA, Wilson. *Matemática atuarial*. São Paulo: Livraria Pioneira Editora - Editora da Universidade Federal de São Paulo, 1969.

WACHTER, Kenneth W. Between Zeus and the Salmon: Introduction in *Between Zeus and the Salmon: The Biodemography of Longevity.*, K. W. Wachter, C. E. Finch, Eds. (National Academy Press, Washington, DC, 1997), pp. 01-16.

WILKIE, A.D., WATERS, H.R., YANG, S. Reserving, pricing and hedging for policies with guaranteed annuity options. *British Actuarial Journal* Volume 9 - Issue 2 - 263_425, June 2003.

WILMOTH, John. R. Increase of Human Longevity: Past, Present, and Future.. *The Japanese Journal of Population*, Vol.9, No.1, March 2011.

_____ Demography of longevity: past, present and future trends. *Experimental Gerontology*, Berkeley, v. 35, n. 9/10, p. 1111-1129, Dec. 2000;

_____ The future of human longevity: a demographer's perspective. *Science*, Berkeley, v. 280, n. 5362, p. 395-397, Apr. 1998;

YANG, Sharon S., YUE, Jack C., HUANG, Hong-Chih. Modeling longevity risks using a principal component approach: A comparison with existing stochastic mortality models. *Insurance: Mathematics and Economics* Volume 46, Issue 1, February 2010, Pages 254–270.